

A 11. évfolyam emelt szintű előkészítő csoport óraszám : 5 óra/hét (180 óra)

Témakörök	A témakör óraszám	Ismeretanyag	Kompetenciák, nevelési célok, kapcsolódási pontok
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	16 óra	<p>Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. <i>Matematikatörténet:</i> magyar vonatkozású ismeretek.</p>	<p>Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. <i>Biológia-genetika</i></p>
		<p>Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszámok összege és az élek száma közötti összefüggés. <i>Matematikatörténet:</i> Euler.</p>	<p>Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.</p>
		Teljes indukció	<p>A teljes indukció lényegének megértése, alkalmazása.</p>
		Binomiális együtthatók.	<p>Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztása jelentőségének felismerése</p>
		<p>Ismétlés nélküli és ismétléses permutáció, variáció, ismétlés nélküli és ismétléses kombináció. <i>Matematikatörténet:</i> Erdős Pál.</p>	<p>A permutáció, variáció, kombináció fogalmainak megkülönböztetése, alkalmazásuk összetett feladatokban.</p>
		<p>A binomiális tétel. Pascal-háromszög és tulajdonságai. Halmaz, részhalmaz elemeinek száma.</p>	<p>A binomiális tétel különböző alkalmazásokban. A Pascal-háromszög képzési szabályainak felfedezése a tulajdonságok bizonyítása. Többféle bizonyítási módszer alkalmazása halmazok elemszámának igazolására</p>

Témakörök	A témakör óraszám	Ismeretanyag	Kompetenciák, nevelési célok, kapcsolódási pontok
		Szükséges feltétel, elégséges feltétel, szükséges és elégséges feltétel.	A bizonyításokban az ÉS, a VAGY, a NEM, a KÖVETKEZIK, az AKKOR ÉS CSAK AKKOR stb. szavak, kifejezések helyes alkalmazása.
		Univerzális és egzisztenciális kvantor.	A kvantorok pontos fogalmának kialakítása, szerepének felismerése pl. analízis témakörben.
		Skatulyaelv. Logikai szita.	Szétválogatás különböző szempontok szerint

2. Számтан és algebra	52 óra	Paraméteres első- és másodfokú egyenletek.	Műveletek biztos elvégzése betűkifejezésekkel. Diskusszió elvégzése, szükségességének felismerése
		Magasabbfokú egyenletek: – másodfokúra visszavezethető; – reciprok; szimmetrikus.	A különböző egyenlet megoldási módszerek felismerése. Ekvivalens lépések vizsgálata.
		Abszolút értékes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása.	A tanult ismeretek felhasználása összetett egyenleteknél. Grafikus megoldási módszer felelevenítése
		Összetettebb gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása.	Biztos algebrai átalakítások elvégzése. Hamis gyökök kiszűrése. A megoldások ellenőrzése.
		Két- és háromismeretlenes lineáris egyenletrendszerek. Kétismeretlenes lineáris paraméteres egyenletrendszer.	Új megoldási módszerek megismerése. A megoldások számának vizsgálata.
		Másodfokú egyenletrendszerek.	Sokféle megoldási módszer

			megismerése
		Egyenletmegoldás különböző módszerek segítségével (értelmezési tartomány, értékészlet-vizsgálat, monotonitás ...).	

		Hatványazonosságok igazolása. Az $a^n - b^n$, illetve az $a^{2k+1} + b^{2k+1}$ kifejezések szorzattá alakítása. Oszthatósági feladatok. Polinomok osztása.	Azonosságok felhasználása összetett oszthatósági feladatok megoldásában.
		Nevezetes közepek és közöttük lévő relációk ismerete n elem esetén.	A megismert alkalmazása egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok megoldásában. Számítási és mértani közép közötti összefüggés igazolása két pozitív szám esetén.
		A négyzetgyök fogalmának általánosítása. Az n -dik gyök és azonosságai	A fogalmak általánosításának igénye és logikája
		Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanencia-elv alkalmazása.
		Irracionális kitevőjű hatvány szemléletes értelmezése. Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	
		Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek.	Exponenciális egyenlőtlenségre vezető valós problémák modelljének megalkotása. <i>gazdaság</i> : befektetés, hitel, értékcsökkenés, <i>földrajz</i> : népesség alakulása, betegségek, járványok <i>fizika</i> : radioaktivitás, adiabatikus folyamatok
		A logaritmus értelmezése. <i>Matematikatörténet</i> : A logaritmussal való számolás szerepe (például a Kepler-törvények felfedezésében).	<i>Technika, életvitel és gyakorlat</i> : zajszennyezés <i>Kémia</i> : pH-számítás
		A logaritmus azonosságainak bizonyítása	A hatványozás és a

		és alkalmazása.	logaritmus kapcsolatának felismerése.
		Logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek.	Logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).
		Exponenciális és logaritmikus egyenletrendszerek.	
		Pitagoraszi összefüggés egy szög szinusza és koszinusa között. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusza, illetve koszinusa között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.	A trigonometrikus azonosságok megértése, alkalmazása. Függvénytáblázat használata feladatok megoldásában.
		Trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. Azonosságok és az addíciós tételek alkalmazását igénylő trigonometrikus egyenletek	Az egyenletek megoldásának megadása a valós számkörben. A végtelen sok gyök ellenőrzési módjának megismerése. <i>Fizika:</i> harmónikus rezgőmozgás, váltakozó áram
		Egyszerű trigonometrikus egyenlőtlenségek.	Egységkör és a trigonometrikus függvény grafikonjának felhasználása a megoldás során.

3. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei	52 óra	Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg).	A kiterjesztés szükségességének, alapgondolatának megértése. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése. <i>Fizika:</i> rezgések
		A trigonometrikus függvények transzformációi: $f(x) + c$, $f(x + c)$; $cf(x)$; $f(cx)$; $c \cdot f(ax + b) + d$.	
		Hatvány-és gyökfüggvények.	Függvényábrázolás, függvényjellemzés, függvénytranszformáció

			ciók.
		Az exponenciális függvények és transzformációik	
		Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	A lineáris és az exponenciális növekedés / csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban
		A logaritmusfüggvények vizsgálata. Logaritmusfüggvények grafikonja, transzformációik, jellemzésük.	Logaritmikus folyamatok a gyakorlatban: <i>zajterhelés, pH</i>
		A logaritmusfüggvény mint az exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta-rendszerben	
		Összetett függvények értelmezése.	
		Függvények folytonossága az értelmezési tartomány egy pontjában, egy intervallumon, illetve az értelmezési tartományának minden pontjában.	Függvények folytonosságának megállapítása a grafikonjuk segítségével, szemléletesen.
		Függvények <ul style="list-style-type: none"> – véges helyen vett véges; – véges helyen vett végtelen; – végtelenben vett véges; – végtelenben vett végtelen határértéke. A $\frac{\sin x}{x}$ függvény határértéke a nulla pontban.	A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói. A határérték és a folytonosság kapcsolatának megértése.
		Függvények differenciálhatósága. A derivált függvény. Konstans függvény, hatványfüggvény, trigonometrikus függvények deriválása. Műveletek differenciálható függvényekkel.	A felsorolt függvények deriválásának biztos tudása. <i>Fizika:</i> pillanatnyi sebesség
		A differenciálszámítás függvénytani alkalmazása. Érintő egyenletének felírása, függvénydiszkusszió (függvények monotonitása, szélsőértéke, konvexitása). Gyakorlati szélsőérték-problémák megoldása.	Szélsőérték és növekedési/csökkenési problémák a <i>fizika, kémia, földrajz és a gazdaság</i> területéről
		A számsorozat fogalma. Sorozat megadása rekurzióval és képlettel. Sorozatok ábrázolása. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.	
		Sorozatok tulajdonságai: korlátosság,	Konkrét sorozatok

		monotonitás.	tulajdonságainak megsejtése a szemlélet útján, illetve ezek bizonyítása a definíciók felhasználásával.
		Konvergens sorozatok. Egy adott pont r sugarú környezete. Küszöbszám kiszámítása. Konvergens, tágabb értelemben vett konvergens és divergens sorozatok vizsgálata. Műveletek konvergens sorozatokkal.	
		Konvergencia, monotonitás és korlátosság kapcsolata.	Sorozatok tulajdonságainak megállapítása alkalmas tételek felhasználásával. Szükséges és elégséges feltétel felismerése.
		Nevezetes sorozatok határértéke. q^n és $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ sorozatok határértékének ismerete.	
		Cantor-axióma. <i>Matematikatörténet:</i> axióma és tétel közötti különbség.	
		Számtani sorozat, az n . tag, az első n tag összege. Számítaniközép-tulajdonság. <i>Matematikatörténet:</i> Gauss.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során
		Mértani sorozat, az n . tag, az első n tag összege. Mértaniközép-tulajdonság.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.
		Végtelen mértani sor. A végtelen mértani sor összegének meghatározása és alkalmazása geometriai feladatokban, szakaszos tizedes törtek közösleges törtté alakításában. <i>Matematikatörténet:</i> Zénon-paradoxonok.	
		Kamatos kamatszámítás, pénzügyi alapfogalmak (tőkésítés, kamat, kamatperiódus, EBKM, gyűjtőjárdék,	A problémához illeszkedő matematikai modell

		járadék, hitel, törlesztőrészlet, THM, diákhitel).	választása. A tanult ismeretek mozgósítása (logaritmus, százalékszámítás).
--	--	--	--

4. Geometria	45 óra	Szinusztétel, koszinusztétel. Háromszögek, négyszögek, térbeli alakzatok hiányzó adatainak meghatározása. A kapott eredmények vizsgálata, valóságtartalmának ellenőrzése.	<i>Fizika:</i> vektorok összegzése <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
		A háromszög területképleteinek ismerete és bizonyítása: – két oldal és az általuk közbezárt szög szinusza; – egy oldal és a rajta fekvő két szög szinusza; oldalak és a körülírt kör sugara.	
		Vektorműveletek, vektorfelbontások, vektorkoordináták ismétlése. Bázisvektorok, bázisrendszer. Vektor hossza. Helyvektorok, szabadvektorok.	<i>Fizika:</i> mozgás leírása helyvektorok segítségével
		Skaláris szorzat definíciója, műveleti tulajdonságai.	<i>Fizika:</i> munka, fluxus
		Párhuzamos és merőleges vektorok skaláris szorzata. Skaláris szorzat kiszámítása a vektorok koordinátaiból. Vektor $\pm 90^\circ$ -os elforgatottjának koordinátái.	
		Műveletek vektorok koordinátaival. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.	
		A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, adott arányú osztópontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.	Kapcsolat felfedezése az elemi geometria és az algebra között.
		Két pont távolsága, a szakasz hossza.	
		Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens fogalma, összefüggések közöttük.	Függvények és a koordináta-geometria kapcsolata.
		Egyenesek párhuzamosságának és merőlegességének koordináta-geometriai feltételei.	
		Egyenes normálvektoros, illetve irányvektoros egyenlete. Két ponton átmenő egyenes egyenlete. Az egyenes egyenletének iránytényezős alakja.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn

		Két egyenes metszéspontja.	
		Pont és egyenes távolsága (két párhuzamos egyenes távolsága).	
		Adott középpontú és sugarú kör egyenlete. A kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet.	
		Kör és egyenes kölcsönös helyzete. A kör egy adott pontjában húzott érintője. Külső pontból körhöz húzott érintő egyenletének felírása.	Az algebrai és geometriai módszerek kapcsolatának felismerése
		Két kör kölcsönös helyzetének meghatározása a középpontok koordinátáiból és a sugarakból, érintkező körök. Egymást metsző körök metszéspontjainak meghatározása. A másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása és a metszéspontok számának kapcsolata.	
		Parabola definíciója, jellemzői (fókuszpont, vezéregyenes, paraméter, tengelypont, szimmetriatengely).	A parabola és a másodfokú függvény kapcsolata
		A koordinátatengelyekkel párhuzamos tengelyű parabola egyenlete. Másodfokú kétismeretlenes egyenlet átalakítása az alakzat adatainak meghatározásához.	
		Parabola érintője.	
		Kúpszeletek. Ellipszis és hiperbola fogalma, jellemző adataik.	<i>Fizika, Földrajz:</i> Kepler törvények, égitestek mozgása
		Egyenlettel, egyenlőtlenséggel megadott ponthalmazok vizsgálata. Ponthalmazok metszetének meghatározása koordinátarendszerben.	

5. Valószínűség és statisztika	15 óra	Véletlen esemény, valószínűség. A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolatának belátása.	
		Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre	
		A valószínűség klasszikus modellje. A valószínűségszámítás axiómái. <i>Matematikatörténet:</i> Rényi: Levelek a valószínűségről.	A modell és a valóság kapcsolatának vizsgálata.

		A binomiális és hipergeometrikus eloszlás. Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel.	Az adott gyakorlati problémához illeszthető modell választása.
		Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal. A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedezése. Közvélemény-kutatás, minőségellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése.	Táblázatok, grafikonok készítése illetve elemzése

A 12. évfolyam emelt szintű előkészítő csoport óraszám : 6 óra/hét (186 óra)

Témakörök	A témakör óraszám	Ismeretanyag	Kompetenciák, nevelési célok, kapcsolódási pontok
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	6 óra	n tagú összegek zárt formában való felírásának megsejtése és bizonyítása, oszthatósági feladatok bizonyítása. Teljes indukció alkalmazása ilyen típusú feladatokra	Egyes esetekből következtetés az általánosra. A sejtés szerepének felismerése egy állítás megfogalmazásában.
2. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei	35 óra	Alsó és felső közelítő összeg. A határozott integrál definíciója és tulajdonságai. A határozott integrál és a terület kapcsolata. <i>Matematikatörténet: Riemann munkássága.</i>	
		Az integrálfüggvény értelmezése.	A differenciálhányados és az integrál közötti kapcsolat felfedezése.
		A primitív függvény és a határozatlan integrál fogalma és tulajdonságai.	Alapintegrálok megsejtése
		Integrálási módszerek. Módszer megismerése az $f(ax+b)$ és az $f^n(x) \cdot f'(x)$ alakú függvények integrálására.	

		Newton–Leibniz tétel. A határozott integrál kiszámítása és alkalmazása területszámításra, térfogatszámításra <i>Matematikatörténet:</i> Newton és Leibniz munkássága.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás, harmonikus rezgőmozgás, a végzett munka.
--	--	--	---

3. Geometria	35 óra	Síkidomok kerület- és területszámításának eddig tanult részeinek áttekintése. (Háromszögek, négyszögek, kör és részei.)	<i>Fizika:</i> terület, kerület meghatározás. <i>Földrajz:</i> térképészeti elvek, felszínszámítás.
		Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúla és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása.
		Felület- és térfogatszámítás eddig tanult részeinek áttekintése. <i>Matematikatörténet:</i> Cavalieri, Archimédész, piramisépítés.	Testháló összehajtásának, szétvágásának elképzelése, különféle síkmetszetek lerajzolása.
		Csonkagúla, csonkakúp felülete és térfogata.	
		A gömb felülete és térfogata.	
		Egymásba írt testek felületének, térfogatának vizsgálata. Térgeometriai ismeretek alkalmazása.	

4. Valószínűség, statisztika	18 óra	Geometriai valószínűség.	
		Feltételes valószínűség. Független események. A feltételes valószínűség fogalma példákon keresztül. A Bayes-tétel szemléletes megértése.	
		A valószínűségi változó. A valószínűségi változó várható értéke, szórása.	
		Nagy számok törvényének szemléletes tartalma. <i>Matematika történet:</i> Bernoulli.	

5. Rendszerező összefoglalás	92 óra		
<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i>			
		Halmazok. Ponthalmazok és	

		számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	
		Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése. <i>Filozófia</i> : logika kapcsolódása a matematikához
		A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	
		Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	
		Direkt, indirekt bizonyítások, teljes indukció, skatulyaelv alkalmazása.	
		Kombinatorika.	
<i>Számтан, algebra</i>			
		Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.
		Egyenletek és egyenlőtlenségek (első- és másodfok, négyzetgyökös, abszolút érték, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus). Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Megoldáshalmaz. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Önellenőrzés. Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás. Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés. Törekvés a hatékony, önálló tanulásra.
		Kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása (első- és másodfok, abszolút érték, exponenciális, logaritmikus).	
		Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető, mindennapjainkból vett szöveges feladatok.	
<i>Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei</i>			
		A függvény megadása. A függvények tulajdonságai. Értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	

		Függvénytranszformációk: $f(x) + c$, $f(x + c)$; $cf(x)$; $f(cx)$; $c \cdot f(ax + b) + d$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	
		Differenciálszámítás. Függvénydiszkusszió, gyakorlati szélsőérték-feladatok.	Függvények használata valós folyamatok elemzésében.
		Integrálszámítás. Terület- és térfogatszámítási feladatok.	
		Sorozatok jellemzése. Sorozatok és tulajdonságaik.	
<i>Geometria</i>			
		Geometriai alapfogalmak, ponthalmazok.	
		Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	
		Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.	
		Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.
		Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	
		Négyszögekre vonatkozó tételek és. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.	
		Körre vonatkozó tételek. Számítási feladatok.	
		Vektorok alkalmazásai.	
		Vektorok koordinátái. Bázisrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n -esig.	
		Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Parabola egyenlete. Két alakzat közös pontja. Görbék érintői.	<i>Informatika:</i> grafikus programozás
		Szögfüggvények alkalmazása háromszögekben. Forgásszögek.	
		Kerületszámítás, területszámítás.	
		Felszín- és térfogatszámítás.	

<i>Valószínűesszámítás, statisztika</i>			
		Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.	
		Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei. Valószínűségi változók, eloszlások.	