

11.évfolyam éves óraszám: 108 óra			
Témakörök	Témakör óraszám	Ismeretanyag	Kompetenciák, nevelési célok, kapcsolódások
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	12 óra	Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. <i>Matematikatörténet:</i> Erdős Pál.	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. <i>Földrajz:</i> előrejelzések, tendenciák megfogalmazása. <i>Biológia-egészségtan:</i> genetika
		Binomiális együtthatók.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.
		Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszám összeg és az élek száma közötti összefüggés. <i>Matematikatörténet:</i> Euler.	Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.
2. Számtan, algebra	31 óra	n-edik gyök fogalma, azonosságai. A négyzetgyök	A matematika belső fejlődésének felismerése, új

		fogalmának általánosítása.	fogalmak alkotása.
		Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása.
		Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.
		A definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás). <i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák – demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás
		A logaritmus értelmezése. <i>Matematikatörténet:</i> A logaritmussal való számolás szerepe a Kepler-törvények felfedezésében.	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i>

			<p>zajszenyezés.</p> <p><i>Kémia:</i> pH-számítás.</p> <p><i>Fizika:</i> Kepler-törvények</p>
		Zsebszámológép használata, táblázat használata.	<p>Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.</p> <p><i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok</p>
		A logaritmus azonosságai.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.
		A definíciók és a logaritmus azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható logaritmusos egyenletek.	<p>Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).</p> <p><i>Életvitel és gyakorlat:</i> zajszenyezés.</p> <p><i>Kémia:</i> pH-számítás.</p> <p><i>Biológia-egészségtan:</i> érzékelés, az inger és az érzet.</p>
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	17 óra	Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg). (alapos áttekintés)	<p>A kiterjesztés szükségességének, alapgondolatának megértése. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.</p> <p><i>Fizika:</i> periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség</p>

			<p>és áram.</p> <p><i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.</p>
		<p>A trigonometrikus függvények transzformációi: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$.</p>	<p>Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.</p> <p><i>Fizika:</i> periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram.</p> <p><i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.</p>
		<p>Az exponenciális függvények.</p>	<p>Permanenciaelv alkalmazása.</p>
		<p>Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.</p>	<p>Modellek alkotása (függvény modell): a lineáris és az exponenciális növekedés/csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok stb.).</p> <p><i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás.</p> <p><i>Földrajz:</i> a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai.</p> <p><i>Történelem,</i> <i>társadalmi és</i> <i>állampolgári</i> <i>ismeretek; földrajz:</i> globális kérdések: - erőforrások</p>

			kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öregedő Európában.
		A logaritmusfüggvények vizsgálata. Logaritmus alapfüggvények grafikonja, jellemzésük.	
		A logaritmusfüggvény mint az exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta- rendszerben.	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás
4. Geometria	34 óra	Színusztétel, koszínusztétel.	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel). <i>Fizika:</i> vektor felbontása adott állású összetevőkre. <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
		Pitagoraszi összefüggés egy szög szinusza és koszínusza között. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusza, illetve koszínusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.	A trigonometrikus azonosságok megértése, használata. Függvénytáblázat alkalmazása feladatok megoldásában.

		<p>Egyszerű trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. Azonosság alkalmazását igénylő egyszerű trigonometrikus egyenlet.</p>	<p>A problémához hasonló egyszerű probléma keresése. <i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.</p>
		<p>Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. Két vektor merőlegességének szükséges és elégséges feltétele.</p>	<p>A művelet újszerűségének felfedezése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése, megkülönböztetése. <i>Fizika:</i> mechanikai munka, mágneses fluxus.</p>
		<p>Helyvektor.</p>	<p>Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások. <i>Fizika:</i> vonatkoztatási rendszer, hely megadása.</p>
		<p>Műveletek koordinátaikkal adott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.</p>	<p>A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése. <i>Fizika:</i> erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képzés (hologram).</p>
		<p>A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának,</p>	<p>Képletek értelmezése, alkalmazása.</p>

		harmadoló pontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.	
		Két pont távolsága, a szakasz hossza.	Képletek értelmezése, alkalmazása.
		A kör egyenlete.	Geometria és algebra összekapcsolása. <i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
		Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.
		Iránytangens és az egyenes meredeksége.	<i>Fizika:</i> út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata.
		A merőlegesség megfogalmazása skaláris szorzattal.	Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban.
		Az egyenes egyenlete. Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értéke, használata. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
		Két egyenes metszéspontja. Kör és egyenes kölcsönös helyzete.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes

			egyenletrendszer megoldása).
5. Valószínűség, statisztika	14 óra	Ismétlés, rendszerezés: eseményekkel végzett műveletek; példák események összegére, szorzatára, A körpáratlan pontjában Körpáratlan pontjában eseményre, egymást kizáró eseményekre; elemi események. Események előállítás elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	Matematika tantárgyi különböző területei közötti kapcsolata (adatok feldolgozása). Használt programok és eszközök események közötti kapcsolatok felfedezése. A geometriai fogalmak összekapcsolása. megjelenítése algebrai formában. Informatika: Geometriai folyamatok, ismeretek kapcsolatok leírása mozgósítása logikai áramkörökkel. Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram) és a modellezés alkalmazása
		A valószínűség	A valószínűség
		A klasszikus modellje. Matematikatörténet: Köordinátageometriai ismeretek alkalmazása valószínűségről.	kapcsolata: Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák
		szimpla geometriai feladatok valószínűség-megoldásában.	számítógépes megjelenítése, tanult kombinatorikai
			módszerek alkalmazása.
		Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén, a binomiális eloszlás. Visszatevés nélküli mintavétel.	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege. Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata (binomiális eloszlás).

12. évfolyam éves óraszám: 128 óra			
Témakörök	Témakör óraszám	Ismeretanyag	Kompetenciák, nevelési célok, kapcsolódások
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	10 óra	Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”, „ akkor és csak akkor ”.	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és

			a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.
		Kijelentés fogalma, műveletek kijelentésekkel: konjunkció, diszjunkció, negáció, implikáció, ekvivalencia. Logikai műveletek igazságtáblázatai, egyszerű azonosságok.	Az ismeretek rendszerezése: a matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása (halmazok – kijelentések – események).
		A logikai műveletek változatos alkalmazásai feladatokban.	<i>Fizika:</i> logikai áramkörök, kapcsolási rajzok
2. Összefüggések, függvények, sorozatok	21 óra	A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel. <i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.
		Számtani sorozat, az n . tag, az első n tag összege. <i>Matematikatörténet:</i> Gauss.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.
		Mértani sorozat, az n . tag, az első n tag összege.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.

			<i>Fizika; kémia, biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: exponenciális folyamatok vizsgálata.</i>
		Kamatok számítása.	<p>Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye. Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás). A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása.</p> <p><i>Földrajz:</i> a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.</p> <p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés.</p>
3. Geometria	28 óra	Síkidomok kerületének és területének számítása.	<p>Ismeretek alkalmazása.</p> <p><i>Földrajz:</i> felszínszámítás.</p>
		Mértani testek csoportosítása.	A problémához illeszkedő vázlatos ábra

		Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúla és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengersizű, kúpszerű testek, poliéderek). <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgometriai szimulációs program). <i>Kémia:</i> kristályok.
		A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok.	A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgometriai szimulációs program).
4. Valószínűség, statisztika	15 óra	Egyszerű példák a valószínűség kiszámításának geometriai modelljére.	Modellalkotás; megfelelő valószínűségi modell hétköznapi problémákra, jelenségekre.
		Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal.	A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése. Közvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.
5. Rendszerező összefoglalás	52 óra		
<ul style="list-style-type: none"> Gondolkodási és megismerési módszerek 		Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegegyenes, koordináta-rendszer).
		Állítások logikai értéke.	Szövegértés. A

		Logikai műveletek.	szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése. <i>Filozófia:</i> logika – a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, a logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez. <i>Informatika:</i> Egy bizonyos, nemrég történt esemény információinak begyűjtése több párhuzamos forrásból, ezek összehasonlítása, elemzése, az igazságtartalom keresése, a manipulált információ felfedése. Navigációs eszközök használata: hierarchizált és legördülő menük használata.
		A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.
		Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.
		Bizonyítási módszerek.	Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése. <i>Filozófia:</i> szillogizmusok.
		Kombinatorika: leszámplálási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.
		Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.	Absztrakt fogalom és annak konkrét

			megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.
• Számтан, algebra		Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.
		Egyenletek és egyenlőtlenségek.	Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével.
		Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján. <i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: képletek használata</i>
		Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.
		Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó	Tanult egyenlettípusok és egyenlőtlenségtípusok önálló megoldása.

		egyenletek. Egyszerű exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek.	
		Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.
		Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés. <i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>
• <i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i>		A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.
		A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).
		Függvénytranszformációk: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.
		Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.	Emlékezés, ismeretek mozgósítása.
			Függvények használata valós folyamatok

			elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében. <i>Fizika, kémia; biológia- egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> matematikai modellek.
• <i>Geometria</i>		Geometriai alapfogalmak, ponthalmazok.	
		Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.
		Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.	
		Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.
		Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.
		Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.
		Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok.	

		Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n-esig.	
		Vektorok alkalmazásai.	
		Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Két alakzat közös pontja. <i>Matematikatörténet:</i> nevezetes szerkeszthetőségi problémák.	Geometria és algebra összekapcsolása.
<ul style="list-style-type: none"> • <i>Valószínűség-számítás, statisztika</i> 		Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a tartalom értékelése hihetőség szempontjából; a szöveg hitelességével kapcsolatos tartalmi elemek magyarázata; a kétértelmű, többjelentésű tartalmi elemek feloldása; egy következtetés alapját jelentő tartalmi elem felismerése; az olvasó előismereteire alapozó figyelemfelhívó jellegű címadás felismerése.
		Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi

		törvényszerűségei.	folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése. <i>Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan:</i> szenvedélybetegségek és rizikófaktor.
--	--	--------------------	---